Exámenes de Selectividad

Física. Andalucía 2021, Extraordinaria

mentoor.es

Pregunta A. Opción 1. Campo Gravitatorio

a) **Razone si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: "Si un planeta tiene el doble de masa y la mitad del radio que otro planeta, su velocidad de escape será el doble".**
b) **Conociendo la gravedad y la velocidad de escape en la superficie de Marte, calcule:**
   i. **El radio de Marte.**
   ii. **La masa de Marte.**

Datos: $g_{\text{Marte}} = 3{,}7\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$; $v_{\text{escape}} = 5\cdot 10^3\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$; $G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\,\text{N}\,\text{m}^2\,\text{kg}^{-2}$

Solución:

a) **Razone si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: "Si un planeta tiene el doble de masa y la mitad del radio que otro planeta, su velocidad de escape será el doble".**

La velocidad de escape se calcula mediante la fórmula:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

Si un planeta tiene el doble de masa ($2M$) y la mitad del radio ($\frac{R}{2}$) que otro planeta, su velocidad de escape será:

$$v'_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2G\cdot 2M}{\frac{R}{2}}} = \sqrt{\frac{4GM}{\frac{R}{2}}} = \sqrt{\frac{8GM}{R}} = \sqrt{4\cdot\frac{2GM}{R}} = 2\cdot\sqrt{\frac{2GM}{R}} = 2v_{\text{escape}}.$$

Por lo tanto, la afirmación es verdadera.

b) **Conociendo la gravedad y la velocidad de escape en la superficie de Marte, calcule:**
   i. **El radio de Marte.**

Sabemos que la gravedad en la superficie está dada por:

$$g = \frac{GM}{R^2}.$$

La velocidad de escape está dada por:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}.$$

Para eliminar M, despejamos de la primera ecuación:

$$M = \frac{gR^2}{G}.$$

Insertamos esta expresión en la segunda ecuación:

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2G\cdot\frac{gR^2}{G}}{R}} = \sqrt{2gR}.$$

Despejamos R:

$$R = \frac{v_{\text{escape}}^2}{2g}.$$

Sustituyendo los valores:

$$R = \frac{(5 \cdot 10^3\,\mathrm{m\,s^{-1}})^2}{2 \cdot 3{,}7\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 3{,}378 \cdot 10^6\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, el radio de Marte es $3{,}378 \cdot 10^6$ m.

ii. La masa de Marte.

Utilizamos nuevamente la fórmula de la gravedad:

$$g = \frac{GM}{R^2}.$$

Despejamos M:

$$M = \frac{gR^2}{G}.$$

Usando el radio calculado previamente:

$$M = \frac{3{,}7\,\mathrm{m\,s^{-2}} \cdot (3{,}378 \cdot 10^6\,\mathrm{m})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}} = 6{,}33 \cdot 10^{23}\,\mathrm{kg}.$$

Por lo tanto, la masa de Marte es $6{,}33 \cdot 10^{23}$ kg.

Pregunta A. Opción 2. Campo Gravitatorio

a) **Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes frases:**
   i. **El trabajo realizado por una fuerza conservativa para desplazar un cuerpo es nulo si la trayectoria es cerrada.**
   ii. **En el descenso de un objeto por un plano inclinado con rozamiento, la disminución de su energía potencial se corresponde con el aumento de su energía cinética.**

b) **Un objeto de 2 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de 30° respecto a la horizontal debido a la acción de una fuerza de 30 N paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,1. Determine:**
   i. **Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre el objeto y calcule sus módulos.**
   ii. **Mediante consideraciones energéticas, determine la variación de energía cinética, potencial y mecánica cuando el objeto ha ascendido una altura de 1,5 m.**

Dato: $g = 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

Solución:

a) **Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes frases:**
   i. **El trabajo realizado por una fuerza conservativa para desplazar un cuerpo es nulo si la trayectoria es cerrada.**

Una fuerza conservativa, por definición, tiene un trabajo que depende únicamente de los puntos inicial y final de la trayectoria. Matemáticamente, el trabajo realizado por una fuerza conservativa $\vec{F}$ al desplazar un cuerpo desde el punto A hasta el punto B está dado por:

$$W_{A\to B} = E_p(A) - E_p(B),$$

donde E_p representa la energía potencial asociada a la fuerza $\vec{F}$. Si la trayectoria es cerrada, es decir, el punto final B coincide con el punto inicial A, entonces:

$$W_{A\to A} = E_p(A) - E_p(A) = 0.$$

Por lo tanto, la afirmación es verdadera.

   ii. **En el descenso de un objeto por un plano inclinado con rozamiento, la disminución de su energía potencial se corresponde con el aumento de su energía cinética.**

Consideremos un objeto descendiendo por un plano inclinado con rozamiento. La energía potencial disminuye debido a la altura perdida en el plano, mientras que la energía cinética tiende a aumentar por el movimiento. Sin embargo, la presencia del rozamiento implica que parte de la energía mecánica se disipa en forma de calor, lo que significa que no toda la disminución de la energía potencial se convierte en energía cinética.

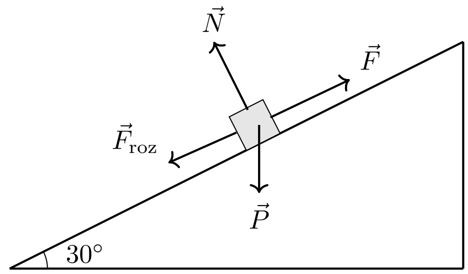
Por lo tanto, la afirmación es falsa, ya que no se considera la energía perdida por rozamiento.

b) **Un objeto de 2 kg, inicialmente en reposo, asciende por un plano inclinado de 30° respecto a la horizontal debido a la acción de una fuerza de 30 N paralela a dicho plano. El coeficiente de rozamiento entre el bloque y el plano es 0,1. Determine:**
   i. **Dibuje todas las fuerzas que actúan sobre el objeto y calcule sus módulos.**

Las fuerzas que actúan sobre el objeto son:

1. Peso ($\vec{P}$): Actúa verticalmente hacia abajo y tiene módulo $P = m \cdot g$.
2. Fuerza normal ($\vec{N}$): Perpendicular al plano inclinado.

3. Fuerza de rozamiento ($\vec{F}_{\text{roz}}$): Paralela al plano inclinado y opuesta al movimiento.
4. Fuerza aplicada ($\vec{F}$): Paralela al plano inclinado y dirigida hacia arriba.



Calculamos los módulos de las fuerzas:

$$P = m \cdot g = 2\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2} = 19{,}6\,\text{N},$$

$$N = P \cdot \cos 30^\circ = 19{,}6\,\text{N} \cdot \cos 30^\circ = 16{,}97\,\text{N},$$

$$F_{\text{roz}} = \mu \cdot N = 0{,}1 \cdot 16{,}97\,\text{N} = 1{,}697\,\text{N},$$

Por lo tanto, los módulos de las fuerzas son:

$$\boldsymbol{P = 19{,}6\,\text{N},}$$
$$\boldsymbol{N = 16{,}97\,\text{N},}$$
$$\boldsymbol{F_{\text{roz}} = 1{,}697\,\text{N},}$$
$$\boldsymbol{F = 30\,\text{N}.}$$

ii. Mediante consideraciones energéticas, determine la variación de energía cinética, potencial y mecánica cuando el objeto ha ascendido una altura de 1,5 m.

Calculamos la variación de energía potencial:

$$\Delta E_p = m \cdot g \cdot h = 2\,\text{kg} \cdot 9{,}8\,\text{m}\,\text{s}^{-2} \cdot 1{,}5\,\text{m} = 29{,}4\,\text{J}.$$

Calculamos la distancia recorrida en el plano inclinado:

$$h = d \cdot \sin 30^\circ \quad \Rightarrow \quad d = \frac{h}{\sin 30^\circ} = \frac{1{,}5\,\text{m}}{0{,}5} = 3\,\text{m}.$$

La fuerza neta es:

$$F_{\text{total}} = F - F_{\text{roz}} - P_x = 30\,\text{N} - 1,697\,\text{N} - 9,8\,\text{N} = 18,503\,\text{N}.$$

Por el Teorema de las Fuerzas Vivas, se tiene que:

$$W_{F_{\text{total}}} = \Delta E_c \quad \Rightarrow \quad \Delta E_c = F_{\text{total}} \cdot d = 18,503\,\text{N} \cdot 3\,\text{m} = 55,509\,\text{J}.$$

La variación de la energía mecánica es:

$$\Delta E_{\text{mecánica}} = 29{,}4\,\text{J} + 55,509\,\text{J} = 84{,}909\,\text{J}.$$

Por lo tanto, las variaciones de energía son:

$$\boldsymbol{\Delta E_{\text{potencial}} = 29{,}4\,\text{J},}$$
$$\boldsymbol{\Delta E_{\text{cinética}} = 55,509\,\text{J},}$$
$$\boldsymbol{\Delta E_{\text{mecánica}} = 84{,}909\,\text{J}.}$$

Pregunta B. Opción 1. Campo Electromagnético

a) **Dos partículas idénticas con carga q y masa m se encuentran separadas por una distancia d. A continuación, se mantiene fija una de las partículas y se deja que la otra se aleje hasta duplicar la distancia inicial con la primera.**
   i. **Determine el módulo de la velocidad que adquiere la partícula en el punto final.**
   ii. **Determine cómo cambiaría el módulo de la velocidad obtenida en el apartado anterior si se duplica el valor de las cargas.**

b) **Dos partículas idénticas con carga $q = +5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$ están fijas en los puntos $(0,-3)\,\mathrm{m}$ y $(0,3)\,\mathrm{m}$ del plano XY. Si, manteniendo fijas las dos partículas, se suelta una tercera partícula con carga $Q = -2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$ y masa $m = 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}$ en el punto $(4,0)\,\mathrm{m}$, calcule el módulo de la velocidad con la que llega al punto $(0,0)$.**

Dato: $K = 9 \cdot 10^{9}\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}$

Solución:

a) **Dos partículas idénticas con carga q y masa m se encuentran separadas por una distancia d. A continuación, se mantiene fija una de las partículas y se deja que la otra se aleje hasta duplicar la distancia inicial con la primera.**
   i. **Determine el módulo de la velocidad que adquiere la partícula en el punto final.**

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica. Inicialmente, la partícula en movimiento está a una distancia d de la partícula fija y tiene una velocidad inicial $v_i = 0$. En el punto final, la distancia es $2d$ y la velocidad es v_f.
La energía potencial eléctrica inicial es:

$$E_{p,i} = \frac{Kq^2}{d}.$$

La energía potencial eléctrica final es:

$$E_{p,f} = \frac{Kq^2}{2d}.$$

La energía cinética final es:

$$E_{c,f} = \frac{1}{2}mv_f^2.$$

Por conservación de la energía:

$$E_{p,i} + E_{c,i} = E_{p,f} + E_{p,f}.$$

Dado que $E_{c,i} = 0\,\mathrm{J}$, se tiene que

$$\frac{Kq^2}{d} = \frac{Kq^2}{2d} + \frac{1}{2}mv_f^2.$$

Despejamos v_f:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{Kq^2}{d} - \frac{Kq^2}{2d} = \frac{Kq^2}{2d} \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = \frac{Kq^2}{md} \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{Kq^2}{md}}.$$

Por lo tanto, la velocidad final es $v_f = \sqrt{\frac{Kq^2}{md}}$.

ii. Determine cómo cambiaría el módulo de la velocidad obtenida en el apartado anterior si se duplica el valor de las cargas.

Si duplicamos las cargas, $q' = 2q$, entonces la velocidad final se convierte en:

$$v'_f = \sqrt{\frac{K(2q)^2}{md}} = \sqrt{\frac{4Kq^2}{md}} = 2\sqrt{\frac{Kq^2}{md}} = 2v_f.$$

Por lo tanto, la velocidad se duplica.

b) **Dos partículas idénticas con carga $q = +5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C}$ están fijas en los puntos $(0,-3)\,\mathrm{m}$ y $(0,3)\,\mathrm{m}$ del plano XY. Si, manteniendo fijas las dos partículas, se suelta una tercera partícula con carga $Q = -2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}$ y masa $m = 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}$ en el punto $(4,0)\,\mathrm{m}$, calcule el módulo de la velocidad con la que llega al punto $(0,0)$.**

Aplicamos el principio de conservación de la energía mecánica. Inicialmente, la tercera partícula está en reposo en $(4,0)\,\mathrm{m}$, por lo que su energía cinética inicial es $E_{c,i} = 0$. Al llegar al punto $(0,0)$, tiene una velocidad v_f y una energía cinética $E_{c,f} = \frac{1}{2}mv_f^2$.

La energía potencial eléctrica inicial está dada por la interacción con las dos partículas fijas:

$$E_{p,i} = \frac{KqQ}{r_1} + \frac{KqQ}{r_2}.$$

Donde r_1 y r_2 son las distancias desde el punto $(4,0)$ hasta $(0,-3)$ y $(0,3)$, respectivamente. Calculamos r_1 y r_2:

$$r_1 = \sqrt{(4-0)^2 + (0-(-3))^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5\,\mathrm{m},$$
$$r_2 = \sqrt{(4-0)^2 + (0-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5\,\mathrm{m}.$$

Así, la energía potencial inicial es:

$$E_{p,i} = \frac{KqQ}{5} + \frac{KqQ}{5} = \frac{2KqQ}{5}.$$

En el punto final $(0,0)$, las distancias a ambas partículas fijas son $3\,\mathrm{m}$:

$$r'_1 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-(-3))^2} = 3\,\mathrm{m},$$
$$r'_2 = \sqrt{(0-0)^2 + (0-3)^2} = 3\,\mathrm{m},$$

La energía potencial final es:

$$E_{p,f} = \frac{KqQ}{3} + \frac{KqQ}{3} = \frac{2KqQ}{3}.$$

La variación de energía potencial es:

$$\Delta E_p = E_{p,f} - E_{p,i} = \frac{2KqQ}{3} - \frac{2KqQ}{5} = 2KqQ\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) = 2KqQ\left(\frac{2}{15}\right) = \frac{4KqQ}{15}.$$

Dado que Q es negativa, la variación de energía mecánica es:

$$\Delta E_m = E_{c,f} - E_{c,i} = \frac{1}{2}mv_f^2 - 0 = \frac{1}{2}mv_f^2 = -\Delta E_p = -\frac{4KqQ}{15}.$$

Entonces,

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{4Kq|Q|}{15} \quad \Rightarrow \quad v_f^2 = \frac{8Kq|Q|}{15m} \quad \Rightarrow \quad v_f = \sqrt{\frac{8Kq|Q|}{15m}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v_f = \sqrt{\frac{8 \cdot 9 \cdot 10^9\,\mathrm{N\,m^2\,C^{-2}} \cdot 5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C}}{15 \cdot 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{kg}}} = 7{,}75\,\mathrm{m/s}.$$

Por lo tanto, la velocidad final es $7{,}75\,\mathrm{m/s}$.

Pregunta B. Opción 2. Campo Electromagnético

a) **Suponga dos conductores rectilíneos, muy largos, paralelos y separados por una distancia "d" por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido. Razone cómo se modifica la fuerza por unidad de longitud entre los conductores si duplicamos ambas intensidades y a la vez reducimos "d" a la mitad.**

b) **Un protón que ha sido acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 6000 V describe una órbita circular en un campo magnético uniforme de 0,8 T. Calcule razonadamente:**
   i. **El módulo de la fuerza magnética que actúa sobre el protón.**
   ii. **El radio de la trayectoria descrita.**

Datos: $m_p = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ **kg;** $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ **C**

Solución:

a) **Suponga dos conductores rectilíneos, muy largos, paralelos y separados por una distancia "d" por los que circulan corrientes eléctricas de igual intensidad y sentido. Razone cómo se modifica la fuerza por unidad de longitud entre los conductores si duplicamos ambas intensidades y a la vez reducimos "d" a la mitad.**

La fuerza por unidad de longitud entre dos conductores rectilíneos paralelos y muy largos que transportan corrientes eléctricas I_1 e I_2 se calcula mediante la ley de Ampère:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d},$$

donde:
- F es la fuerza entre los conductores,
- L es la longitud de los conductores,
- μ_0 es la permeabilidad del vacío,
- d es la distancia entre los conductores.

En el caso inicial, las corrientes son iguales: $I_1 = I_2 = I$. Por lo tanto, la fuerza por unidad de longitud es:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d}.$$

Ahora, si duplicamos ambas intensidades y reducimos la distancia a la mitad, tenemos:

$$I_1' = I_2' = 2I \quad \text{y} \quad d' = \frac{d}{2}.$$

La nueva fuerza por unidad de longitud será:

$$\frac{F'}{L} = \frac{\mu_0 (2I)^2}{2\pi \left(\frac{d}{2}\right)} = \frac{\mu_0 \cdot 4I^2}{\pi d} = 8 \cdot \frac{\mu_0 I^2}{2\pi d} = 8 \cdot \frac{F}{L}.$$

Por lo tanto, la fuerza por unidad de longitud se multiplica por 8.

b) **Un protón que ha sido acelerado desde el reposo por una diferencia de potencial de 6000 V describe una órbita circular en un campo magnético uniforme de 0,8 T. Calcule razonadamente:**
   i. **El módulo de la fuerza magnética que actúa sobre el protón.**

Para determinar la velocidad adquirida por el protón al ser acelerado por una diferencia de potencial, aplicamos el principio de conservación de la energía. La energía eléctrica proporcionada al protón se convierte en energía cinética:

$$qV = \frac{1}{2} m v^2.$$

Despejamos la velocidad v:

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 6000\,\mathrm{V}}{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}}} = 1{,}063 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}.$$

Ahora, la fuerza magnética que actúa sobre el protón se calcula mediante la ley de Lorentz:

$$F = qvB\sin\theta.$$

Dado que el movimiento es perpendicular al campo magnético, $\theta = 90°$ y $\sin\theta = 1$. Por lo tanto:

$$F = qvB.$$

Sustituyendo los valores:

$$F = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 1{,}063 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s} \cdot 0{,}8\,\mathrm{T} = 1{,}36 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{N}.$$

Por lo tanto, la fuerza magnética es $\mathbf{1{,}36 \cdot 10^{-13}\,N}$.

ii. El radio de la trayectoria descrita.

La fuerza magnética proporciona la fuerza centrípeta necesaria para mantener al protón en movimiento circular:

$$F = \frac{mv^2}{R},$$

donde R es el radio de la trayectoria. Igualando las dos expresiones para la fuerza:

$$qvB = \frac{mv^2}{R}.$$

Despejamos R:

$$R = \frac{mv}{qB}.$$

Sustituyendo los valores:

$$R = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}063 \cdot 10^{6}\,\mathrm{m/s}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot 0{,}8\,\mathrm{T}} = 1{,}414 \cdot 10^{-2}\,\mathrm{m} = 0{,}014\,\mathrm{m}.$$

Por lo tanto, el radio de la trayectoria es $\mathbf{0{,}014\,m}$.

Pregunta C. Opción 1. Ondas

a) i. Justifique que en una onda estacionaria la amplitud varía en cada punto.
ii. Realice una representación gráfica de una onda estacionaria en función del espacio, y explique qué se entiende por un nodo en este tipo de ondas.

b) Una onda estacionaria queda descrita mediante la ecuación:

$$\boldsymbol{y(x,t) = 0{,}5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot \cos(40\pi t) \text{ (S.I.).}}$$

Determine razonadamente:
i. Amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación de las ondas armónicas cuya superposición da lugar a esta onda estacionaria.
ii. Posición de los vientres y amplitud de los mismos.

Solución:

a) i. Justifique que en una onda estacionaria la amplitud varía en cada punto.

Una onda estacionaria puede describirse mediante la expresión:

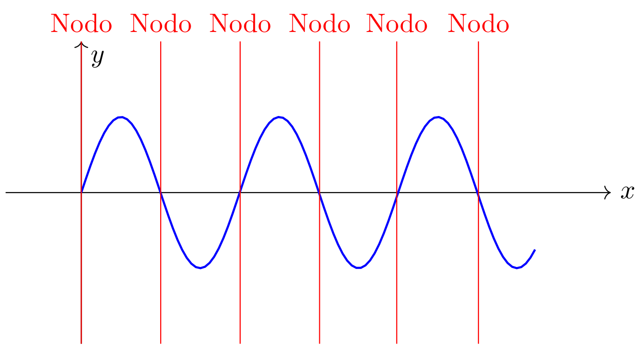
$$y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

Al fijar un instante de tiempo t, la posición x determina la amplitud de la onda en ese punto. Nótese que $2A\sin(kx)$ representa la amplitud local en cada punto x. Como $\sin(kx)$ varía con x, la amplitud de la onda no es constante en todos los puntos, sino que depende de la posición x.

Por lo tanto, en una onda estacionaria, la amplitud varía en cada punto.

ii. Realice una representación gráfica de una onda estacionaria en función del espacio, y explique qué se entiende por un nodo en este tipo de ondas.

A continuación, se muestra una representación gráfica de una onda estacionaria:



En una onda estacionaria, un *nodo* es un punto en el espacio donde la amplitud de la onda es siempre cero, es decir, no se produce desplazamiento en esos puntos. Los nodos se encuentran equidistantes entre sí y son puntos donde las ondas que se superponen interfieren destructivamente.

Por lo tanto, un nodo es un punto de amplitud nula en una onda estacionaria.

b) Una onda estacionaria queda descrita mediante la ecuación:

$$\boldsymbol{y(x,t) = 0{,}5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot \cos(40\pi t) \text{ (S.I.).}}$$

Determine razonadamente:

i. Amplitud, longitud de onda y velocidad de propagación de las ondas armónicas cuya superposición da lugar a esta onda estacionaria.

La onda estacionaria está dada por:

$$y(x,t) = 0{,}5 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cdot \cos(40\pi t).$$

Esta expresión puede compararse con la forma general de una onda estacionaria:

$$y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t).$$

De esta comparación, se identifican los siguientes parámetros:
* Amplitud: $2A = 0{,}5 \Rightarrow A = 0{,}25\,\mathrm{m}$
* Número de onda: $k = \frac{\pi}{3}\,\mathrm{rad/m}$
* Frecuencia angular: $\omega = 40\pi\,\mathrm{rad/s}$

Longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6\,\mathrm{m}.$$

Velocidad de propagación:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{40\pi}{\pi/3} = 120\,\mathrm{m/s}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \textbf{Amplitud} &= \mathbf{0{,}25\,m}, \\ \textbf{Longitud de onda} &= \mathbf{6\,m}, \\ \textbf{Velocidad de propagación} &= \mathbf{120\,m/s}. \end{aligned}$$

ii. Posición de los vientres y amplitud de los mismos.

En una onda estacionaria, los *vientres* (antíodos) son los puntos donde la amplitud de la onda es máxima, es decir, $y(x,t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t) = \pm 2A$. Nótese que la distancia entre dos vientres consecutivos es $\lambda/2 = 3\,\mathrm{m}$.
Para encontrar las posiciones de los vientres, buscamos los puntos donde $\sin(kx) = \pm 1$:

$$\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) = \pm 1$$

Resolviendo para x:

$$\frac{\pi}{3}x = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{2} + 3n\,\mathrm{m}, \quad \text{con } n \in \mathbb{Z}$$

Así, las posiciones de los vientres son:

$$x = \frac{3}{2}\,\mathrm{m}, \quad \frac{9}{2}\,\mathrm{m}, \quad \frac{15}{2}\,\mathrm{m}, \quad \ldots$$

Es decir, a $x = 1{,}5\,\mathrm{m}$, $x = 4{,}5\,\mathrm{m}$, $x = 7{,}5\,\mathrm{m}$, etc., cada $3\,\mathrm{m}$.

Amplitud de los vientres: La amplitud máxima en los vientres es $2A = 0{,}5\,\mathrm{m}$.

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \textbf{Posición de los vientres}: \boldsymbol{x} &= \mathbf{1{,}5\,m}, \quad \mathbf{4{,}5\,m}, \quad \mathbf{7{,}5\,m}, \quad \ldots \\ \textbf{Amplitud de los vientres}: \mathbf{0{,}5\,m} & \end{aligned}$$

Pregunta C. Opción 2. Ondas

a) **Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases:**
   i. **Cuando la luz pasa de un medio a otro experimenta un aumento de su velocidad si el segundo medio tiene un índice de refracción mayor que el primero.**
   ii. **La reflexión total de la luz en la superficie de separación de dos medios puede producirse cuando el índice de refracción del segundo medio es mayor que el del primero.**

b) **Un rayo de luz con componentes azul y roja de longitudes de onda en el aire de $4{,}5 \cdot 10^{-7}$ m y $6{,}9 \cdot 10^{-7}$ m, respectivamente, incide desde el aire sobre una placa de un determinado material con un ángulo de 40° respecto a la normal a la superficie de la placa.**
   i. **Mediante un esquema, y de manera razonada, indique la trayectoria de los rayos azul y rojo, tanto en el aire como en el material.**
   ii. **Deduzca cuál de las dos componentes (azul o roja) se propaga más rápidamente en el interior de la lámina.**
   iii. **Determine las frecuencias de los rayos en el aire.**

Datos: $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$; $n_{\text{aire}} = 1$; $n_{\text{material (azul)}} = 1{,}47$; $n_{\text{material (roja)}} = 1{,}44$

Solución:

a) **Razone y justifique la veracidad o falsedad de las siguientes frases:**
   i. **Cuando la luz pasa de un medio a otro experimenta un aumento de su velocidad si el segundo medio tiene un índice de refracción mayor que el primero.**

La velocidad de la luz en un medio está relacionada con el índice de refracción n por la fórmula:

$$v = \frac{c}{n},$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío. Si el segundo medio tiene un índice de refracción mayor que el primero ($n_2 > n_1$), entonces:

$$v_2 = \frac{c}{n_2} < v_1 = \frac{c}{n_1}.$$

Entonces, la velocidad de la luz disminuye al pasar al segundo medio con mayor índice de refracción.

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

   ii. **La reflexión total de la luz en la superficie de separación de dos medios puede producirse cuando el índice de refracción del segundo medio es mayor que el del primero.**

La reflexión total interna ocurre cuando la luz incide desde un medio con mayor índice de refracción hacia uno con menor índice de refracción, y el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo crítico. Matemáticamente, se cumple:

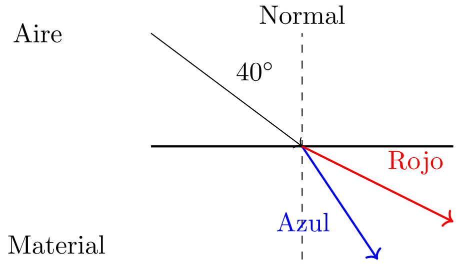
$$n_1 \sin\theta_i > n_2,$$

donde $n_1 > n_2$. Por lo tanto, si el índice de refracción del segundo medio es mayor que el del primero ($n_2 > n_1$), no se puede alcanzar la reflexión total interna.

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

b) **Un rayo de luz con componentes azul y roja de longitudes de onda en el aire de $4{,}5 \cdot 10^{-7}$ m y $6{,}9 \cdot 10^{-7}$ m, respectivamente, incide desde el aire sobre una placa de un determinado material con un ángulo de 40° respecto a la normal a la superficie de la placa.**
   i. **Mediante un esquema, y de manera razonada, indique la trayectoria de los rayos azul y rojo, tanto en el aire como en el material.**

A continuación, se presenta un esquema que muestra la trayectoria de los rayos azul y rojo al incidir sobre la placa:



En el aire, ambos rayos inciden con un ángulo de 40° respecto a la normal. Al entrar en el material, debido a la mayor densidad óptica, se produce refracción. Según la Ley de Snell:

$$\frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \Rightarrow \quad \hat{r} = \arcsin\left(\frac{n_1 \cdot \sin \hat{i}}{n_2}\right).$$

Para la luz azul se tiene que $\hat{r}_{\text{azul}} = 25,93°$, mientras que para la luz roja: $\hat{r}_{\text{roja}} = 26,51°$.

Por lo tanto, los rayos azul y rojo se refractan al ingresar al material, con el rayo azul desviándose más debido a su mayor índice de refracción.

ii. Deduzca cuál de las dos componentes (azul o roja) se propaga más rápidamente en el interior de la lámina.

La velocidad de propagación de la luz en un medio está dada por:

$$v = \frac{c}{n},$$

donde n es el índice de refracción del medio. Dado que el rayo rojo tiene un índice de refracción menor ($n_{\text{roja}} = 1{,}44$) que el rayo azul ($n_{\text{azul}} = 1{,}47$), su velocidad en el material será:

$$v_{\text{roja}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1{,}44} = 2{,}08 \cdot 10^8 \text{ m/s},$$

$$v_{\text{azul}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1{,}47} = 2{,}04 \cdot 10^8 \text{ m/s}.$$

Así, el rayo rojo se propaga más rápidamente que el rayo azul en el interior de la lámina.

Por lo tanto, la componente roja se propaga más rápidamente en el interior de la lámina.

iii. Determine las frecuencias de los rayos en el aire.

La frecuencia de una onda no cambia al pasar de un medio a otro, ya que $f = \frac{v}{\lambda}$. Por lo tanto, las frecuencias de los rayos en el aire son:

$$f = \frac{c}{\lambda}.$$

Para el rayo azul:

$$f_{\text{azul}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{4{,}5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 6{,}67 \cdot 10^{14} \text{ Hz}.$$

Para el rayo rojo:

$$f_{\text{roja}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{6{,}9 \cdot 10^{-7} \text{ m}} = 4{,}35 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Por lo tanto, las frecuencias de los rayos en el aire son:

$$\boldsymbol{f_{\text{azul}} = 6{,}67 \cdot 10^{14}\ \text{Hz},}$$
$$\boldsymbol{f_{\text{roja}} = 4{,}35 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}.}$$

Pregunta D. Opción 1. Física Moderna

a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes afirmaciones:
i. La masa de un núcleo es siempre menor que la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman.
ii. En una emisión alfa el número másico decrece en dos unidades y el número atómico en una.

b) En la bomba de Hidrógeno (o bomba de fusión) intervienen dos núcleos, uno de deuterio ($^2_1$H) y otro de tritio ($^3_1$H) que dan lugar a uno de helio ($^4_2$He). Determine:
i. Escriba la reacción nuclear correspondiente.
ii. Obtenga la energía liberada en el proceso por cada átomo de helio obtenido.

Datos: $m(^4_2\text{He}) = 4{,}002603\,\text{u}$; $m(^2_1\text{H}) = 2{,}014102\,\text{u}$; $m(^3_1\text{H}) = 3{,}016049\,\text{u}$; $m_n = 1{,}008665\,\text{u}$; $1\,\text{u} = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}$; $c = 3 \cdot 10^8\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$

Solución:

a) Discuta razonadamente la veracidad de las siguientes afirmaciones:
i. La masa de un núcleo es siempre menor que la suma de las masas de los protones y neutrones que lo forman.

La afirmación es verdadera porque existe una diferencia de masa conocida como defecto de masa. Al formar un núcleo, parte de la masa de los protones y neutrones se convierte en energía de enlace que mantiene al núcleo unido, según la ecuación de Einstein:

$$E = \Delta m \cdot c^2,$$

donde Δm es el defecto de masa. Esta conversión de masa en energía hace que la masa del núcleo sea menor que la suma de las masas de sus protones y neutrones constituyentes.

Por lo tanto, la afirmación es verdadera.

ii. En una emisión alfa el número másico decrece en dos unidades y el número atómico en una.

En una emisión alfa, una partícula alfa ($^4_2$He) es expulsada del núcleo. Esto significa que:

$$\text{Número másico: } A \to A - 4,$$

$$\text{Número atómico: } Z \to Z - 2.$$

Entonces, el número másico decrece en cuatro unidades y el número atómico en dos unidades, no en dos y una respectivamente.

Por lo tanto, la afirmación es falsa.

b) En la bomba de Hidrógeno (o bomba de fusión) intervienen dos núcleos, uno de deuterio ($^2_1$H) y otro de tritio ($^3_1$H) que dan lugar a uno de helio ($^4_2$He). Determine:
i. Escriba la reacción nuclear correspondiente.

La reacción nuclear de fusión que ocurre en la bomba de Hidrógeno es:

$$^2_1\text{H} +^3_1 \text{H} \to^4_2 \text{He} +^1_0 \text{n},$$

donde un núcleo de deuterio ($^2_1$H) y un núcleo de tritio ($^3_1$H) se fusionan para formar un núcleo de helio ($^4_2$He) y un neutrón ($^1_0$n).

Por lo tanto, la reacción nuclear es:

$$\mathbf{{}^2_1H + {}^3_1 H \rightarrow {}^4_2 He + {}^1_0 n}$$

ii. Obtenga la energía liberada en el proceso por cada átomo de helio obtenido.

Para calcular la energía liberada en la reacción de fusión, primero determinamos el defecto de masa:

$$\Delta m = \left[m({}^2_1\mathrm{H}) + m({}^3_1\mathrm{H})\right] - \left[m({}^4_2\mathrm{He}) + m({}^1_0\mathrm{n})\right].$$

Sustituyendo los valores:

$$\Delta m = [2{,}014102\,\mathrm{u} + 3{,}016049\,\mathrm{u}] - [4{,}002603\,\mathrm{u} + 1{,}008665\,\mathrm{u}] = 0{,}018883\,\mathrm{u}.$$

Convertimos el defecto de masa a kilogramos:

$$\Delta m = 0{,}018883\,\mathrm{u} \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg/u} = 3{,}131 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg}.$$

Aplicamos la ecuación de Einstein para encontrar la energía liberada:

$$E = \Delta m \cdot c^2 = 3{,}131 \cdot 10^{-29}\,\mathrm{kg} \cdot (3 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s})^2 = 2{,}818 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{J}.$$

Por lo tanto, la energía liberada por cada átomo de helio obtenido es $\mathbf{2{,}818 \cdot 10^{-12}\,J}$.

Pregunta D. Opción 2. Física Moderna

a) Enuncie la hipótesis de De Broglie y escriba su ecuación. Indique las magnitudes físicas involucradas y sus unidades en el Sistema Internacional.

b) Una partícula alfa (α) emitida en el decaimiento radiactivo del ^{238}U posee una energía cinética de $6{,}72 \cdot 10^{-13}$ J. Determine:

i. ¿Cuánto vale su longitud de onda de De Broglie asociada?

ii. ¿Qué diferencia de potencial debería existir en una región del espacio para detener por completo la partícula alfa? Indique mediante un esquema la dirección y sentido del campo necesario para ello. Razone todas sus respuestas.

Datos: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J s; $m_\alpha = 6{,}64 \cdot 10^{-27}$ kg; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Solución:

a) Enuncie la hipótesis de De Broglie y escriba su ecuación. Indique las magnitudes físicas involucradas y sus unidades en el Sistema Internacional.

La hipótesis de Louis de Broglie establece que toda partícula de materia se comporta como una onda en determinadas condiciones. Este comportamiento dual onda-partícula implica que a cada partícula le puede asociarse una longitud de onda, denominada λ. La ecuación de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p},$$

donde:

- λ es la longitud de onda asociada a la partícula (en metros, m),
- h es la constante de Planck ($6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s),
- p es la cantidad de movimiento de la partícula, dada por $p = m \cdot v$,
- m es la masa de la partícula (en kilogramos, kg),
- v es la velocidad de la partícula (en metros por segundo, m/s).

Por lo tanto, la ecuación completa es:

$$\boldsymbol{\lambda = \frac{h}{m \cdot v}}$$

b) Una partícula alfa (α) emitida en el decaimiento radiactivo del ^{238}U posee una energía cinética de $6{,}72 \cdot 10^{-13}$ J. Determine:

i. ¿Cuánto vale su longitud de onda de De Broglie asociada?

Primero, determinamos la velocidad v de la partícula alfa a partir de su energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E}{m}}.$$

Sustituyendo los valores:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}72 \cdot 10^{-13}\,\text{J}}{6{,}64 \cdot 10^{-27}\,\text{kg}}} = 1{,}42 \cdot 10^{7}\,\text{m/s}$$

Ahora, calculamos la cantidad de movimiento p:

$$p = m \cdot v = 6{,}64 \cdot 10^{-27}\,\text{kg} \cdot 1{,}42 \cdot 10^{7}\,\text{m/s} = 9{,}41 \cdot 10^{-20}\,\text{kg} \cdot \text{m/s}$$

Finalmente, determinamos la longitud de onda λ:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s}}{9{,}41 \cdot 10^{-20}\,\text{kg} \cdot \text{m/s}} = 7{,}04 \cdot 10^{-15}\,\text{m}$$

Por lo tanto, la longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula alfa es $\mathbf{7{,}04 \cdot 10^{-15}}$ m.

ii. ¿Qué diferencia de potencial debería existir en una región del espacio para detener por completo la partícula alfa? Indique mediante un esquema la dirección y sentido del campo necesario para ello. Razone todas sus respuestas.

Para detener completamente la partícula alfa, la energía cinética debe ser igual a la energía eléctrica proporcionada por la diferencia de potencial V:

$$E_c = q \cdot V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{E_c}{q}.$$

Dado que la partícula alfa tiene una carga $q = 2e = 2 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$, sustituimos:

$$V = \frac{6{,}72 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}}{3{,}2 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}} = 2{,}1 \cdot 10^{6}\,\mathrm{V}$$

Por lo tanto, la diferencia de potencial necesaria es de $\mathbf{2{,}1 \cdot 10^{6}}$ V.